الفيزياء:

التمرين الأول:

I -

1 - أ - إثبات وجود الاحتكاكات

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على S بين A و B، نجد:

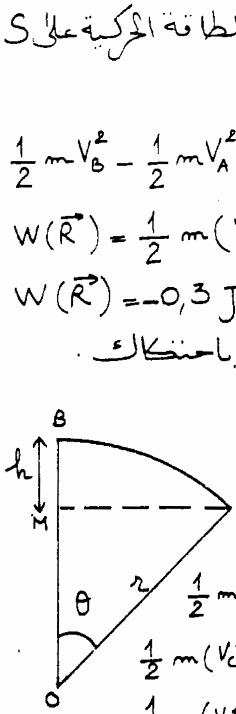
$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = \underset{A\to B}{\overset{0}{W(\vec{P})}} + \underset{A\to B}{W(\vec{R})}$$

إذن: $W(\vec{R}) = \frac{1}{2}m(V_B^2 - V_A^2)$

ت ع: $W(\vec{R}) = -0,3\ J \neq 0$

إذن، فالتماس يتم باحتكاك.

ب - تعبير V_C:



نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على S بين B و C:

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = \sum W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}m(V_C^2 - V_B^2) = W(\vec{P}) + \overset{0}{W(\vec{R})}$$

إذن: $\frac{1}{2}m(V_C^2 - V_B^2) = mgh$

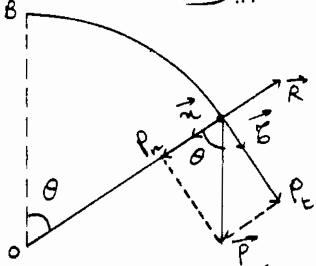
مع: $h = BM = r(1-\cos\theta)$

إذن: $\frac{1}{2}(V_C^2 - V_B^2) = gr(1-\cos\theta)$

وبالتالي: $V_C^2 = 2gr(1-\cos\theta) + V_B^2$

ومنه: $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gr(1-\cos\theta)}$

2 - إثبات تعبير V_D:



نطبق مبرهنة مركز القصور على S في معلم أرضي نعتبره غاليليا:

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

الإسقاط على $\vec{n}$ الموجهة المنظمية (لأساس فرينيه):

$$-R + P\cos\theta = m\,a_N$$

مع: $a_N = \frac{V^2}{r}$: $R = m\left(g\cos\theta - \frac{V^2}{r}\right)$

لحظة مغادرة S للحلقة، نكون $R = 0$

إذن: $\cancel{m}\left(g\cos\theta_m - \frac{V_D^2}{r}\right) = 0$

وبالتالي: $V_D^2 = gr\cos\theta_m$

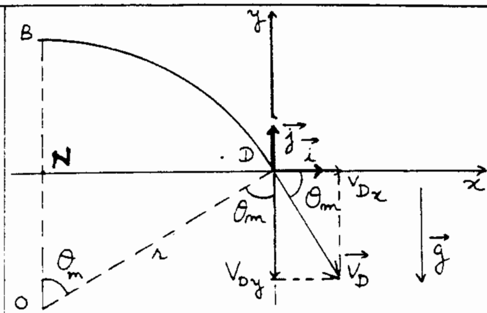
ت ع: $V_D = 2,1\ m/s$.

3 - تبيان إحداثيتي $\vec{V_D}$:

$$V_{Dx} = V_D\cos\theta_m = 1,8\ m.s^{-1}$$

$$V_{Dy} = -V_D\sin\theta_m = -1\ m.s^{-1}$$

(انظر الرسم في الصفحة الموالية).



2.3. المعادلتان الزمنيتان -

معادلة المسار :

تخضع S لوزنه فقط :

$$\sum \vec F = \vec P = m\vec a \Rightarrow \vec a = \vec g$$

نسقط $\vec a$ في الأساس $(\vec i, \vec j)$:

$$\vec a \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

إذن حركة S على D_x مستقيمية منتظمة :

$$x = V_{Dx} \cdot t + x_0$$

مع : $x_0 = x_D = 0$ و $V_{Dx} = V_D \cos\theta_m$

إذن : $x = V_D \cdot \cos\theta_m \cdot t = 1,8\,t$

حركة S على D_y مستقيمية متغيرة بانتظام :

$$y = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 + V_{Dy} \cdot t + y_0$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 - V_D \sin\theta_m \cdot t$$

$$y = -5t^2 - t$$

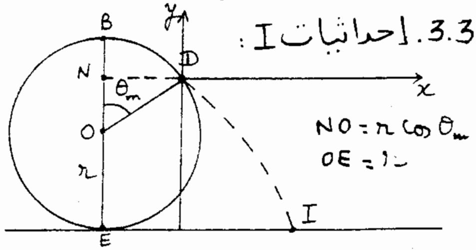
لدينا : $t = \frac{x}{1,8}$ وبالتالي :

$$y = -5\left(\frac{x}{1,8}\right)^2 - \left(\frac{x}{1,8}\right)$$

$$y = -1,54\,x^2 - 0,56\,x$$

إذن مسار S شلجمي .

3.3. إحداثيات I :



عند I : $y_I = -DE = -NE = -(NO + OE)$

أي أن : $y_I = -r(1+\cos\theta_m) = -0,93\,m$

نعوض y_I في معادلة المسار، نجد :

$$-0,93 = -1,54\,x^2 - 0,56\,x$$

$$-1,54\,x_I^2 - 0,56\,x_I + 0,93 = 0$$

نجد : $x_1 = -0,98\,m$ ، وهذا غير ممكن

لأن $x_I > 0$ ، إذن : $x_2 = x_I = 0,62\,m$

التمرين الثاني :

1.1- إثبات تعبير التوتر $u_1(t)$:

* في المجال $[0 ; 2ms[$: $u_1(t)$ دالة تآلفية ، وعليه، فإن تعبيرها هو :

$$u_1(t) = \alpha t + \beta$$

مع : $\beta = -4$ و $\alpha = \frac{4-(-4)}{2.10^{-3} - 0} = 4.10^3$

وبالتالي : $u_1(t) = 4.10^3 t - 4$

* في المجال : $]2ms ; 4ms[$:

يكتب تعبير $u_1(t)$: $u_1(t) = \alpha' t + \beta'$

مع : $\alpha' = \frac{-4-4}{4.10^{-3} - 2.10^{-3}}$

إذن : $u_1(t) = -4\cdot10^3 t + \beta'$

عند اللحظة $t = 3ms$ ، لدينا : $u_1(t) = 0$

ومنه : $0 = -4\cdot10^3 \cdot 3\cdot10^{-3} + \beta'$

إذن : $\beta' = 12$

يصبح إذن تعبير $u_1(t)$ كالتالي :

$$u_1(t) = -4\cdot10^3 t + 12$$

2.1 - تعبير شدة المجال المغناطيسي $\vec{B}$

يعبّر عن شدة المجال المغناطيسي لملف لولبي بالعلاقة : $B = \mu_0 . n . i$

ومن جهة أخرى : $u_1(t) = R_0 . i$

أي أن : $i = \frac{u_1(t)}{R_0}$ ومنه : $B = \frac{\mu_0 n}{R_0} u_1(t)$

* في المجال : $]0 ; 2ms[$:

$u_1(t) = 4\cdot10^3 t - 4$

ومنه : $B = 0,5t - 5\cdot10^{-4}$

3.1 - تعليل ظهور التوتر $u_2(t)$:

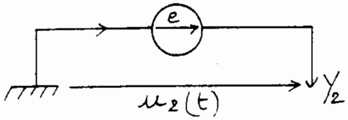
* في المجال $]0 ; 2ms[$ ، تتغير شدة المجال المغناطيسي $\vec{B}$ مما يؤدي إلى تغيّر في التدفق عبر الوشيعة (b) وبالتالي ظهور قوة كهرمحركة محرّضة أي : توتر $u_2(t)$ بين مربطي (b) .

مبيانيا في المجال $]0 ; 2ms[$ ، لدينا :

$$u_2 = -1,5 \times 0,1 = -0,15 V$$

4.1 - قيمة N :

لنمثّل التبيانة المكافئة للوشيعة (b):

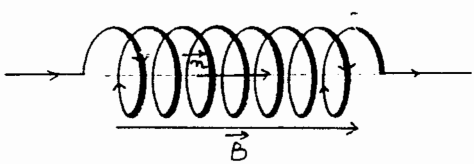


إذن : $u_2(t) = e$

لنحدد تعبير القوة الكهرمحركة المحرّضة : لدينا حسب قانون فاراداي

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

مع : $\Phi = N.\vec{B}.\vec{S}$



وعليه يكون تعبير التدفق المغناطيسي عبر (b) :

$$\Phi = NSB$$

إذن : $\frac{d\Phi}{dt} = NS\frac{dB}{dt}$

ومنه : $e = -NS\frac{dB}{dt} = u_2$

وبالتالي : $N = -\frac{u_2}{S\frac{dB}{dt}}$

مع : $B = 0,5t - 5.10^{-4} \Rightarrow \frac{dB}{dt} = 0,5$

$u_2 = -0,15 V$ و $S = 15.10^{-4} m^2$

نجد : $N = 200$

1.1.2 - تعبيرا $u(t)$ و $u_R(t)$

لدينا : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

مع : $U_m = 8V$ و $\omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi\ rad/s$

$$|\varphi| = \frac{2\pi.\Delta t}{T} = \frac{\pi}{4}$$

بما أن: $u(t)$ متقدم في الطور بالنسبة

لـ $u_R(t)$ ، فإن : $\varphi = +\frac{\pi}{4}\ rad$

ومنه : $u(t) = 8\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

يكتب تعبير $u_R(t)$ كالتالي :

$$u_R(t) = U_{m_R}\cos(\omega t)$$

مع : $U_{m_R} = 4V$ و $\omega = 200\pi\ rad.s^{-1}$

إذن : $u_R(t) = 4\cos(200\pi t)$

2.1.2 - إثبات قيمة R :

لدينا: $u(t) = u_R(t) + u_b(t) + u_c(t)$

مع : $u_b(t) = ri + L\frac{di}{dt}$, $u_c = \int i(t)dt$

و $u_R(t) = Ri(t)$

إذن :

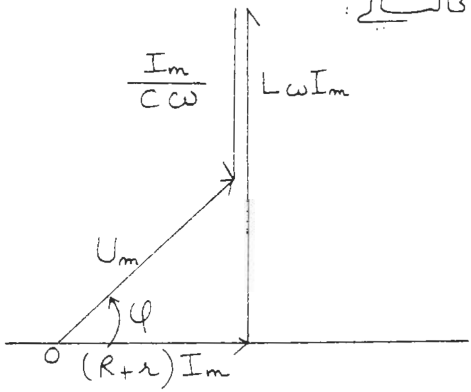
$$u(t) = (R+r)i(t) + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C_1}\int i\,dt$$

باعتبار $i(t) = I_m\cos(\omega t)$

فإن : $u(t) = (R+r)I_m\cos(\omega t) + L\omega I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C_1\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$.

نقرن بكل دالة جيبية متجهة فرينل ، ثم ننجز اصطلاحاً إنشاء فرينل عند اللحظة $t = 0$.

وبما أن الدارة حثية ($u(t)$ متقدم في الطور على $i(t)$) ، يكون إنشاء فرينل كالتالي :



لدينا : $\cos\varphi = \frac{(R+r)I_m}{U_m}$

مع : $I_m = \frac{U_{m_R}}{R}$

إذن : $\cos\varphi = \frac{(R+r)U_{m_R}}{R.U_m}$

ومنه : $RU_m.\cos\varphi = (R+r)U_{m_R}$

$$= RU_{m_R} + rU_{m_R}$$

وبالتالي : $R = \frac{r.U_{m_R}}{U_m\cos\varphi - U_{m_R}}$

ت ع : $R = \frac{8,3\times 4}{8\times\cos\frac{\pi}{4} - 4} = 20\ \Omega$

ومن جهة أخرى : $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C_1\omega}}{R+r}$

إذن : $(R+r).\tan\varphi + \frac{1}{C_1\omega} = L\omega$

ومنه : $L = \frac{(R+r)\tan\varphi + \frac{1}{C_1\omega}}{\omega}$

ت ع : $L = \frac{(20+8,3)\tan\frac{\pi}{4} + \frac{1}{45.10^{-6}\times 200\pi}}{200\pi}$

$$L = 0,1\ H$$

مع: $U_m = 8V$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi\, rad/s$

$$|\varphi| = \frac{2\pi.\Delta t}{T} = \frac{\pi}{4}$$

بما أن: $u(t)$ متقدم في الطور بالنسبة لـ $u_R(t)$ ، فإن: $\varphi = +\frac{\pi}{4}\, rad$

ومنه: $u(t) = 8\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

يكتب تعبير $u_R(t)$ كالتالي:

$$u_R(t) = U_{m_R}\cos(\omega t)$$

مع: $U_{m_R} = 4V$, $\omega = 200\pi\, rad.s^{-1}$

إذن: $u_R(t) = 4\cos(200\pi t)$

2.1.2 - إثبات قيمة R :

لدينا: $u(t) = u_R(t) + u_b(t) + u_c(t)$

مع: $u_b(t) = ri + L\frac{di}{dt}$, $u_c = \int i(t)dt$

و $u_R(t) = Ri(t)$

إذن:

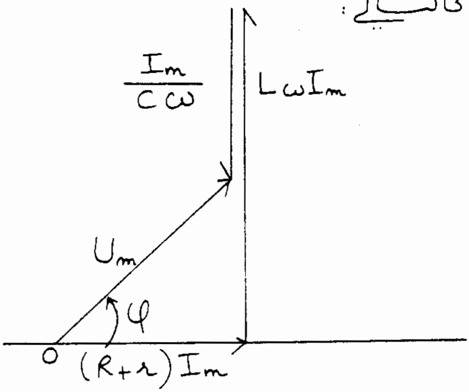
$$u(t) = (R+r)i(t) + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C_1}\int i\,dt$$

باعتبار $i(t) = I_m\cos(\omega t)$

فإن:
$$u(t) = (R+r)I_m\cos(\omega t) + L\omega I_m\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C_1\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

نقرن بكل دالة جيبية متجهة فرنيل، ثم نجزء اصطلاحا إنشاء فرنيل عند اللحظة $t=0$.

وبما أن الدارة حثية ($u(t)$ متقدم في الطور على $i(t)$)، يكون إنشاء فرنيل كالتالي:



لدينا: $\cos\varphi = \frac{(R+r)I_m}{U_m}$

مع: $I_m = \frac{U_{mR}}{R}$

إذن: $\cos\varphi = \frac{(R+r)U_{mR}}{R.U_m}$

ومنه:
$$RU_m.\cos\varphi = (R+r)U_{mR} = RU_{mR} + rU_{mR}$$

وبالتالي: $R = \frac{r.U_{mR}}{U_m\cos\varphi - U_{mR}}$

ت ع: $R = \frac{8,3\times 4}{8\times\cos\frac{\pi}{4} - 4} = 20\,\Omega$

ومن جهة أخرى: $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C_1\omega}}{R+r}$

إذن: $(R+r).\tan\varphi + \frac{1}{C_1\omega} = L\omega$

ومنه: $L = \frac{(R+r)\tan\varphi + \frac{1}{C_1\omega}}{\omega}$

ت ع: $L = \frac{(20+8,3)\tan\frac{\pi}{4} + \frac{1}{45.10^{-6}\times 200\pi}}{200\pi}$

$L = 0,1\ H$

لدينا : $I_m = \frac{U_{mR}}{R}$

و $I_1 = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Longrightarrow I_1 = \frac{U_{mR}}{\sqrt{2}.R}$

ت ع : $I_1 = 0,141\ A$

2.2 - قيمة C_0 - تعبير $i(t)$:

عندما تبلغ الشدة الفعالة قيمتها القصوية، فإن الدارة تكون في حالة رنين كهربائي وبالتالي : $L\omega = \frac{1}{C_0\omega}$

ومنه : $C_0 = \frac{1}{L\omega^2}$

ت ع : $C_0 = 25.10^{-6}F = 25\mu F$

عند الرنين : $U = Z_0 I_0$

مع : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ و $Z_0 = R + r$

إذن : $I_0 = \frac{U_m}{\sqrt{2}(R+r)} = 0,2A$

يكتب إذن تعبير $i(t)$ كما يلي :

$$i(t) = 0,2\cos(200\pi t)$$

3.2 - إثبات تعبير C_2 :

لدينا : $I_2 = I_1$ ، أي : $\frac{U}{Z_1} = \frac{U}{Z_2}$

ومنه : $Z_1 = Z_2$

$$(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C_1\omega}\right)^2 = (R+r) + \left(L\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right)^2$$

أو $\left(L\omega - \frac{1}{C_1\omega}\right) = \pm\left(L\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right)$

* الحالة الأولى :

$$L\omega - \frac{1}{C_1\omega} = L\omega - \frac{1}{C_2\omega} \Rightarrow C_1 = C_2$$

وهذا غير ممكن، وعليه، فإن الحل المناسب هو :

$$L\omega - \frac{1}{C_1\omega} = -\left(L\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right)$$

إذن : $2L\omega = \frac{1}{C_1\omega} + \frac{1}{C_2\omega}$

مع : $L\omega = \frac{1}{C_0\omega}$

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{2}{C_0} \Rightarrow C_2 = 17,3\mu F$$

التمرين الثالث :

1.1 - طبيعة العدسة :

تعطي العدسة لشيء حقيقي صورة حقيقية، فهي إذن عدسة مجمعة.

2.1 - شرطا التقريب لكوص :

للحصول على صورة واضحة عبر عدسة يجب أن يتوفر شرطان :

* أن ترد الأشعة على العدسة قرب المركز البصري.
* أن تكون الأشعة الواردة على العدسة قليلة الميل بالنسبة للمحور البصري.

3.1 - كيفية توفير شرطي كوص :

* وضع حجاب قبل العدسة بحيث لا يسمح بمرور غير الأشعة التي ترد على العدسة عند جوار مركز العدسة.

1.2 _ حساب تكبير العدسة :

نقرأ من المبيان : $\overline{A'_1B'_1} = -2,6\ cm$

$\overline{AB} = 1cm.$

يُعبّر عن تكبير العدسة بالعلاقة :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-2,5}{1}$$

$$\Rightarrow \gamma = -2,6$$

2.2 _ تمثيل الأشعة الضوئية :

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{D-d} + \frac{2}{D+d}$$

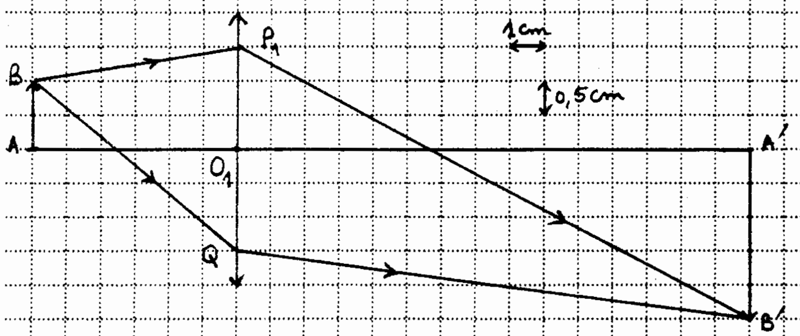
$$\frac{1}{f'} = \frac{2D+2d+2D-2d}{(D-d)(D+d)}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{4D}{D^2-d^2}$$

$$\Rightarrow f' = \frac{D^2-d^2}{4D}$$

4.2 _ حساب f' :

لدينا : $\overline{AA'_2} = D = 100cm$



3.2 - إثبات تعبير f' :

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1I} + \overline{IA} + \overline{AO_2}$$

$$d = \frac{d}{2} - \frac{D}{2} - \overline{O_2A}$$

$$\overline{O_2A} = -\frac{1}{2}(d+D)$$

بنفس الطريقة نكتب :

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1I} + \overline{IA'_2} + \overline{A'_2O_2}$$

$$d = \frac{d}{2} + \frac{D}{2} - \overline{O_2A'_2}$$

$$\overline{O_2A'_2} = \frac{1}{2}(D-d)$$

بتطبيق علاقة التوافق، نكتب

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{O_2A'_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A}}$$

$\overline{AA'_2} = 20\ div$

أي أن كل تجزئة توافق $5\ cm$ ، ومنه :

$O_1O_2 = d = 8,5\ div$

$O_1O_2 = 8,5 . 5 = 42,5\ cm$

$$f' = \frac{(100)^2-(42,5)^2}{4.100} = 20,5cm.$$

الكيمياء :

1.1 _ قيمتا C_1 و pH :

لدينا : $C_1 = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V}$

مع : $V = 1\ell$ ، $M = 40g.mol^{-1}$ ، $m = 0,4g$

إذن: $C_1 = 10^{-2}\ mol.l^{-1}$

هيدروكسيد الصوديوم قاعدة قوية ،

إذن: $pH = 14 + \log C_1$

ومنه $pH = 12$

1.2.1 ـ ثابتة الحمضية:

عند نصف التكافؤ، يكون $pH_{1/2} = pK_A$

مبيانيا: $V_e = 20\ ml \Rightarrow V_{1/2} = 10\ ml$

من الوثيقة، عند $V = 10\ ml$ ، نجد:

$pH_{1/2} = pK_A = 4,2$

ونعلم أن: $K_A = 10^{-pK_A}$ ، ومنه:

$K_A = 10^{-4,2} \Rightarrow K_A = 6,3.10^{-5}$

2.2.1 ـ النسبة المئوية غير المتفككة:

نحسب معامل التفكك α لحمض البنزويك

$$\alpha = \frac{[C_6H_5COO^-]}{C_2} = \frac{[H_3O^+]}{C_2}$$

حيث $[H_3O^+]$ تركيز إيونات H_3O^+ قبل إضافة المحلول S_1.

مبيانيا عند $V_1 = 0$ ، لدينا: $pH = 2,95$

إذن: $[H_3O^+] = 10^{-pH}$

ومنه: $[H_3O^+] = 1,12.10^{-3}\ mol.l^{-1}$

نحدد C_2 باستعمال علاقة التكافؤ:

$$C_1.V_e = C_2 V_2 \Rightarrow C_2 = \frac{C_1.V_e}{V_2}$$

$C_2 = 2.10^{-2}\ mol.l^{-1} \Rightarrow \alpha = 5,6\% = 0,056$

النسبة المئوية غير المتفككة هي:

$x = 1 - \alpha \Rightarrow x = 94,4\%$

3.1 ـ حساب C_3:

تسمى هذه العملية بالتخفيف، إذن:

$C_3V_3 = C_1V$ ، مع: $V_3 = 500ml$

إذن: $C_3 = \frac{C_1.V}{V_3} \Rightarrow C_3 = 10^{-3}\ mol.l^{-1}$

4.1 ـ المعادلة الحصيلة ـ

كمية مادة H_3O^+ في الخليط:

حمض الكلوريدريك حمض قوي والصودا قاعدة قوية، عند مزجهما تحدث التفاعل الآتي: $H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$

* نحسب كمية مادة H_3O^+ البدئية في المحلول الحمضي: $n_0(H_3O^+) = C_4.V_4$

$n_0(H_3O^+) = 3.10^{-4}\ mol$

* نحسب كمية مادة OH^- البدئية في المحلول S_1: $n_0(OH^-) = C_1.V = 3.10^{-5}\ mol$

نلاحظ: $n_0(H_3O^+) > n_0(OH^-)$

إذن، فالخليط النهائي سيكون حمضيا.

كمية مادة H_3O^+ المتبقية في الخليط هي:

$n(H_3O^+) = n_0(H_3O^+) - n_0(OH^-)$

$n(H_3O^+) = 2,7.10^{-4}\ mol$.

1.2 ـ المعادلة الحصيلة:

لنكتب أنصاف المعادلات الإلكترونية:

* المزدوجة (MnO_4^-/Mn^{2+}):

$$MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5e^- \longrightarrow Mn^{2+} + 12H_2O$$

* المزدوجة $(CO_2 / H_2C_2O_4)$:

$$H_2C_2O_4 + 2H_2O \longrightarrow 2CO_2 + 2H_3O^+ + 2e^-$$

* المعادلة الحصيلة :

$$(MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5e^- \longrightarrow Mn^{2+} + 12H_2O) \times 2$$

$$(H_2C_2O_4 + 2H_2O \longrightarrow 2CO_2 + 2H_3O^+ + 2e^-) \times 5$$

$$2MnO_4^- + 5H_2C_2O_4 + 6H_3O^+ \longrightarrow 2Mn^{2+} + 10CO_2 + 14H_2O$$

2.2 ـ كمية مادة حمض الأوكساليك :

حسب المعادلة الحصيلة :

$$\frac{n(MnO_4^-)}{2} = \frac{n(H_2C_2O_4)}{5}$$

ومنه : $n(H_2C_2O_4) = \frac{5}{2} n(MnO_4^-)$

$$n(H_2C_2O_4) = \frac{5}{2} \cdot C_1 \cdot V_1$$

$$\Rightarrow n(H_2C_2O_4) = 1,25.10^{-4} mol.$$

لدينا كمية المادة البدئية لـ $H_2C_2O_4$:

$$n_0(H_2C_2O_4) = C_2V_2$$

$$n_0(H_2C_2O_4) = 5.10^{-3} mol$$

نلاحظ أن : $n_0(H_2C_2O_4) > n(H_2C_2O_4)$

إذن : $H_2C_2O_4$ يوجد بوفرة في الخليط

3.2 ـ مقارنة السرعات :

نلاحظ أن سرعة تكون Mn^{2+} ترتفع ثم تتناقص $V_1 < V_2$ و $V_3 < V_2$.

تلعب إيونات Mn^{2+} دور الحفاز بالنسبة للتفاعل الحاصل.

مع مرور الزمن تتزايد سرعة تكون Mn^{2+} لأن الحفاز يزيد من سرعة التفاعل، بعد ذلك تتناقص السرعة بسبب التناقص الكبير لتركيز المتفاعلات $(H_2C_2O_4 , MnO_4^-)$ بحيث يصبح تأثير تناقص تركيز المتفاعلات أكبر من تأثير الحفاز يتعلق الأمر خلال هذا التفاعل بالحفز الذاتي.