الفيزياء :

التمرين الأول :

1.1 ـ تعبير V_1 بدلالة الزمن :

حسب مبيان الشكل -2- الدالة $V_1 = f(t)$ عبارة عن دالة خطية :

إذن : $V_1 = K.t$

حيث K المعامل الموجه للمستقيم :

$$K = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{4-0}{1-0} = 4\,m.s^{-2}$$

ومنه : $V_1 = 4.t$

2.1 ـ طبيعة حركة (S_1) ومعادلتها الزمنية :

نحدد طبيعة حركة (S_1) من خلال مميزاتها :

* المسار مستقيمي.
* التسارع ثابت : $a_1 = \frac{dV_1}{dt} = 4\,m.s^{-2}$
* السرعة تزايدية.

إذن، حركة (S_1) حركة مستقيمية متسارعة بانتظام، معادلتها الزمنية :

$$x = \frac{1}{2}a_1 t^2 + V_0.t + x_0$$

نحدد الثوابت x_0 و V_0 انطلاقا من الشروط البدئية للحركة.

عند $t=0$، نكون : $V_0 = 0$ و $x_0 = 0,5\,m$

إذن : $x = 2t^2 + 0,5$

3.1 ـ تسارع حركة (S_1) وحركة (S_2) :

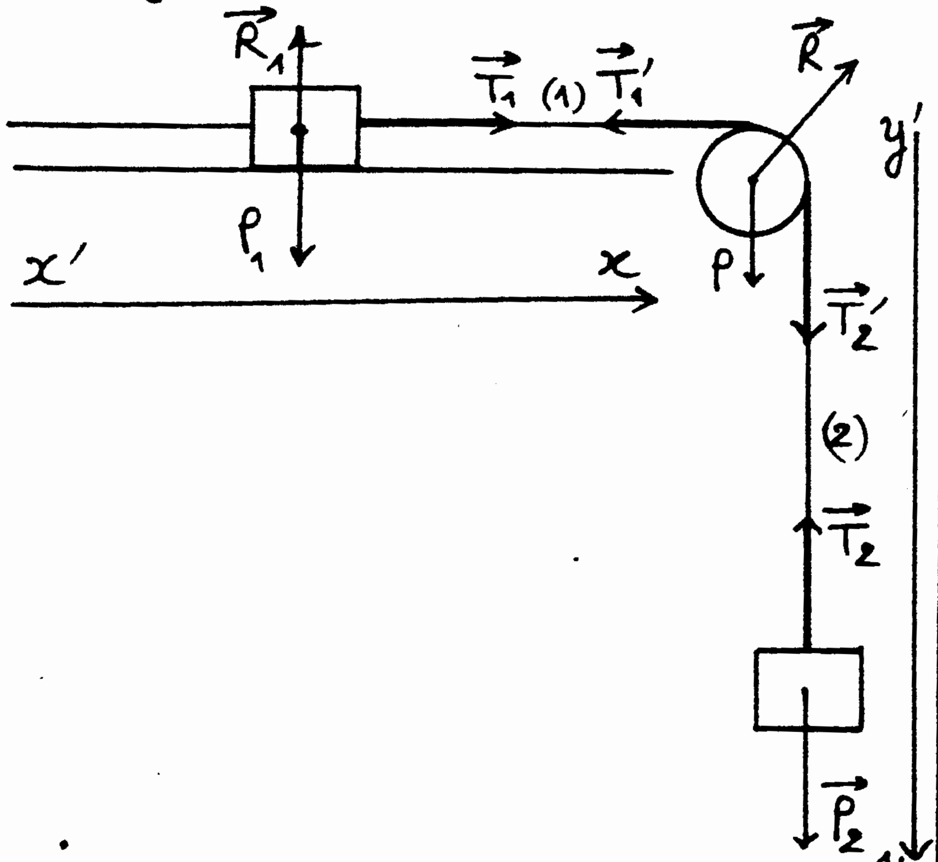
بما أن الخيط الرابط بين (S_1) و (S_2) غير قابل للامتداد، فإنه عند انتقال (S_1) بالمسافة x_1 ينتقل (S_2) بالمسافة x_2، حيث : $x_1 = x_2$ في كل لحظة.

نشتق x_1 و x_2 بالنسبة للزمن، نحصل على : $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 \Rightarrow \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$

أي أن : $a_1 = a_2 = a = 4\,m.s^{-2}$

لـ (S_1) و (S_2) نفس السرعة ونفس التسارع في كل لحظة.

4.1 ـ إثبات العلاقة بين a و g :



* حركة (S_1) : تخضع (S_1) خلال حركته لـ :

$\vec{P_1}$: وزنه .

$\vec{R_1}$: تأثير السطح الأفقي .

$\vec{T_1}$: تأثير الخيط (1)

نطبق على (S_1) مبرهنة مركز القصور بالنسبة لمعلم أرضي: $\vec{P_1}+\vec{R_1}+\vec{T_1}=M_1\vec{a}$

نسقط هذه العلاقة على المحور $x'x$:

$$T_1 = M_1 a$$

* حركة (S_2) :

تخضع (S_2) خلال حركته لـ :

$\vec{P_2}$: وزنه

$\vec{T_2}$: تأثير الخيط (2) .

نطبق على (S_2) مبرهنة مركز القصور بالنسبة لمعلم أرضي : $\vec{P_2}+\vec{T_2}=M\vec{a}$

نسقط هذه العلاقة على المحور $y'y$:

$$M_2 g - T_2 = Ma$$

$$T_2 = M_2 g - Ma$$.

* حركة البكرة :

تخضع البكرة أثناء دورانها حول المحور (Δ)

لـ : $\vec{P}$: وزنها .

$\vec{R}$: تأثير محور الدوران .

$\vec{T_1'}$: تأثير الخيط (1) .

$\vec{T_2'}$: تأثير الخيط (2) .

نطبق على البكرة العلاقة الأساسية للديناميك :

$$J_\Delta \cdot \ddot{\theta} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T_1'}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T_2'})$$

مع : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$

و بالتالي : $J_\Delta \cdot \ddot{\theta} = rT_2' - rT_1'$

باعتبار كتلة الخيط مهملة ، نكتب :

$$T_1' = T_1 \quad و \quad T_2' = T_2$$

وباعتبار الخيط لا ينزلق على البكرة ، نكتب :

$$\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$$

نحصل على : $J_\Delta \cdot \frac{a}{r} = rM_2(g-a) - rM_1 a$

$$a\left(\frac{J_\Delta}{r^2} + M_2 + M_1\right) = M_2 g$$

إذن :

$$a = \frac{M_2}{\frac{J_\Delta}{r^2} + M_2 + M_1} \cdot g$$

مع : $M_1 = M_2 = M$ و $J_\Delta = \frac{1}{2} M r^2$

نكتب :

$$a = \frac{M}{5 \cdot \frac{M}{2}} \cdot g$$

$$a = \frac{2}{5} g .$$

1.2- إثبات المعادلة التفاضلية بالدراسة الطاقية :

يُعبّر عن الطاقة الميكانيكية لنواس اللّيّ بالعلاقة : $E = E_{pt} + E_c$

مع : $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2$

و $E_{pt} = \frac{1}{2} C \cdot \theta^2 + cte$

نختار $(E_{p_t}=0)$ حالة مرجعية وهي الحالة التي يكون فيها السلك غير ملتوٍ $(\theta=0)$

إذن $E_{p_t}=0$ عند $\theta=0$ وبالتالي تكون $cte=0$، وعليه: $E=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}C.\theta^2$

باعتبار الاحتكاكات مهملة، أي أن المجموعة محافظية، نكتب: $E=cte$

نشتق الطاقة E بالنسبة للزمن:

$$\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}J_\Delta(2\dot{\theta}\ddot{\theta})+\frac{1}{2}C(\theta\dot{\theta})=0$$

ومنه: $\dot{\theta}(J_\Delta\ddot{\theta}+C\theta)=0$

نستنتج إذن: $\ddot{\theta}+\frac{C}{J_\Delta}.\theta=0$

نكتب هذه المعادلة التفاضلية على الشكل:

$$\ddot{\theta}+\omega_0^2.\theta=0$$

حيث ω_0 النبض الخاص للمتذبذب.

2.2. أ- حساب الدور الخاص T_0:

نحدد الدور T_0 تجريبيا بالعلاقة:

$$T_0=\frac{\Delta t}{\text{عدد التذبذبات}}\Rightarrow T_0=\frac{8}{10}=0{,}8s$$

ب- المعادلة الزمنية لحركة المتذبذب:

تقبل المعادلة التفاضلية السابقة المعادلة الزمنية التالية حلاً لها:

$$\theta=\theta_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

نحدد الثابتتين φ و θ_m انطلاقا من الشروط البدئية للحركة:

عند $t=0$، لدينا: $\theta_m=\theta_0=\frac{\pi}{8}$

و: $\theta=\theta_0=\theta_0\cos\varphi$

ومنه: $\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$

مع: $\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=7{,}85\,rad.s^{-1}$

نكتب: $\theta(t)=\frac{\pi}{8}\cos(7{,}85.t)$

3.2- تعبير عزم القصور J_Δ:

لدينا: $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

بدون (S_1) و (S_2)، يكون: $J_\Delta=J_0$

ويصبح تعبير الدور الجديد هو:

$$T_0'=2\pi\sqrt{\frac{J_0}{C}}$$

إذن، لدينا: $T_0^2=4\pi^2.\frac{J_\Delta}{C}$

و $T_0'^2=4\pi^2.\frac{J_0}{C}$

$$\frac{T_0'^2}{T_0^2}=\frac{J_0}{J_\Delta}=\frac{J_0}{J_0+\frac{1}{2}ML^2}$$

ومنه: $J_0\left(\frac{T_0^2}{T_0'^2}-1\right)=\frac{1}{2}ML^2$

$$J_0=\frac{ML^2}{2\left(\frac{T_0^2}{T_0'^2}-1\right)}$$

مع: $T_0=0{,}8s$ و $T_0'=\frac{4}{10}=0{,}4s$

نجد: $J_0=\frac{ML^2}{6}$

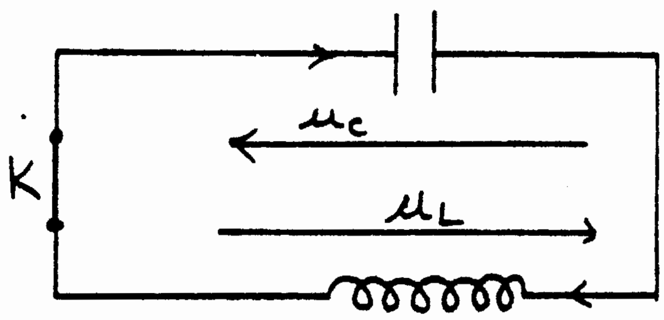
التمرين الثاني:

1.1 المعادلة التفاضلية :

عند إغلاق الدارة، نحصل على متذبذب LC حيث تتغير شحنة المكثف q بين قيمتين قصويين Q_0 و $-Q_0$:

$$-Q_0 \leq q \leq +Q_0$$

لإثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q، نطبق قانون إضافية التوترات الخطية :



لدينا في كل لحظة : $u_C + u_L = 0$

مع : $u_C = \frac{q}{C}$ و $u_L = -e = L\frac{di}{dt}$

وبكتابة $\dot{q} = i$ و $\frac{di}{dt} = \ddot{q}$

نحصل على المعادلة : $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$

أو : $\ddot{q} + \frac{1}{L.C} \cdot q = 0$

نكتب هذه المعادلة التفاضلية على الشكل :

$$\ddot{q} + \omega_0^2 . q = 0$$

حيث ω_0 النبض الخاص لتذبذبات الشحنة الكهربائية q .

إذن : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 2\pi N_0$

أو : $4\pi^2 N_0^2 = \frac{1}{LC}$

ومنه : $L = \frac{1}{4\pi^2 . 50^2 . 10.10^{-6}}$

$L = 1,0 H$

2.1 - تعبير الشحنة q بدلالة الزمن t :

تقبل المعادلة التفاضلية السابقة الحل :

$$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

مع : $\omega_0 = 2\pi N_0$ أي : $\omega_0 = 100\pi \, rad/s$

نحدد الثابتتين Q_m و φ انطلاقا من الشروط البدئية لتذبذبات الشحنة q عند اللحظة $t=0$. فلدينا إذن :

$$Q_m = Q_0 = 1,2.10^{-4} C .$$

و $q(0) = Q_m \cos\varphi = Q_m$

إذن : $\cos\varphi = \frac{q(0)}{Q_m} = 1$

ومنه : $\varphi = 0$

وبالتالي : $q = 1,2.10^{-4} \cos(100\pi t)$

1.2 - التعرف على الظاهرة الملاحظة وحساب L_0

عندما تبلغ شدة التيار الفعالة في دارة RLC على التوالي قيمة قصوية، تكون الدارة في حالة رنين ونسمي هذه الظاهرة بظاهرة الرنين . وعند الرنين تتحقق العلاقة : $L_0 C \omega^2 = 1$

$L_0 = \frac{1}{C\omega^2} = \frac{1}{4\pi^2 N^2 C}$

ت ع : $L_0 = \frac{1}{4\pi^2 . 50^2 . 10.10^{-6}}$

$L_0 = 1,0 H$

2.2 - إثبات تعبير الممانعة

يعبر، بصفة عامة، عن ممانعة ثنائي القطب RLC على التوالي بالعلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

نلاحظ من خلال السؤال (1.2) أن:

$$\frac{1}{C\omega} = L_0\omega$$

ومنه: $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - L_0\omega)^2}$

أو: $Z = \sqrt{R^2 + (L-L_0)^2\omega^2}$

3.2 - تعبيرا L_1 و L_2 الموافقتين

لـ $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$:

لدينا: $I_0 = \frac{U}{R}$ و $I = \frac{U}{Z}$

إذن: $\frac{I_0}{I} = \frac{Z}{R} =$

ومنه: $Z = \sqrt{2} . R$

أو: $Z^2 = 2R^2 = R^2 + \omega^2(L-L_0)^2$

ومنه: $(L-L_0)^2\omega^2 = R^2$

$$L - L_0 = \pm\frac{R}{\omega}$$

نلاحظ أن L تأخذ قيمتين: $L_1 < L_2$:

$$L_1 = L_0 - \frac{R}{\omega}$$

$$L_2 = L_0 + \frac{R}{\omega}$$

2-4 - تعبير $u(t)$ في حالة: $L = L_1$

يعبر عن التوتر بين مربطي ثنائي القطب RLC على التوالي في كل لحظة بالعلاقة:

$$u = U_m\cos(\omega t + \varphi).$$

مع: $\omega = 2\pi N = 100\pi\ rad/s$

و $U_m = U\sqrt{2} = RI_0\sqrt{2} = cte$

$U_m = 60 . 0,2 . \sqrt{2} = 12\sqrt{2}\ V.$

* نحدد الزاوية φ باستعمال العلاقة:

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

أو: $\tan\varphi = \frac{L\omega - L_0\omega}{R}$

في حالة: $L = L_1$، نكتب:

$$\tan\varphi = \frac{(L_1-L_0)\omega}{R}$$

مع: $L_1 - L_0 = -\frac{R}{\omega}$

نحصل على: $\tan\varphi = -\frac{R}{\omega}\cdot\frac{\omega}{R} = -1$

ومنه: $\varphi = -\frac{\pi}{4}\ rad.$

إذن:

$$u(t) = 12\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

ملحوظة: $i(t)$ متقدمة في الطور على $u(t)$

التمرين الثالث:

1- عدد النوترونات وعدد البروتونات في نواة $^{24}_{11}Na$:

يكتب رمز نواة الصوديوم: $^{Z+N}_{Z}Na$

إذن عدد البروتونات هو: $Z = 11$

وعدد النوترونات هو: $N = 24 - 11 = 13$

2- حساب m_0 :

حسب الوثيقة، عند اللحظة $t=0$ ،

لدينا: $N_0 = 10 \times 10^{20} = 10^{21}$

ونعلم أن كمية المادة، تكتب: $n = \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{M}$

ومنه: $m_0 = \frac{M.N_0}{N_A}$

ت ع: $m_0 = 4.10^{-2} g = 40 mg$

1.3 - معادلة التفتت β^- :

$${}^{24}_{11}Na \longrightarrow {}^{24}_{12}Mg + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$$

2.3 - طبيعة النشاط الإشعاعي لـ Na :

لا يمكن أن يكون للنويدة Na نشاط إشعاعي α لأن هذا النوع من النشاط الإشعاعي تحدث للنويدات التي لها عدد كتلة: $A > 200$

1.4 - تعريف الدور الإشعاعي :

نسمي الدور الإشعاعي أو عمر النصف المدة الزمنية اللازمة لتفتت نصف نويدات العينة البدئية.

2.4 - تحديد قيمة T الدور الإشعاعي:

اعتماداً على تعريف الدور الإشعاعي وعلى الوثيقة نحدد عمر النصف :

لدينا عند $t_0 = 0$: $N_0 = 10.10^{20}$

وعند $t = 15h$: $N = 5.10^{20}$

إذن، عند $t = 15h$ نجد: $N = \frac{N_0}{2}$

وبالتالي فإن: $T = 15h$

3.4 - حساب الكتلة المتبقية :

لدينا: $N = N_0 e^{-\lambda t}$

إذن: $\frac{N}{N_A} = \frac{N_0}{N_A} e^{-\lambda . t}$

ومنه: $\frac{m}{M} = \frac{m_0}{M} e^{-\lambda t}$

أي: $m = m_0 . e^{-\lambda t}$

مع: $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ و $t = 4h = 3T$

نجد: $m = m_0 . e^{-3T . \frac{\ln 2}{T}}$

$$m = m_0 . e^{-3\ln 2} = m_0 . e^{-\ln 8}$$

$$m = \frac{m_0}{e^{\ln 8}} = \frac{m_0}{8}$$

ت ع: $m = \frac{4.10^{-2}}{8} = 5.10^{-3} g$

$m = 5 mg$.

الكيمياء :

(I)

1- تعاريف برونشتيد :

* نسمي حمض برونشتد كل نوع كيميائي قادر على تحرير بروتون H^+ خلال تفاعل كيميائي.

* نسمي قاعدة برونشتد كل نوع كيميائي

قادر على اكتساب بروتون H^+ خلال تفاعل كيميائي .

2- إثبات أن الحمض AH قوي :

نحسب $-\log C$ ثم نقارنه مع pH :

$$-\log C = -\log 10^{-2} = 2$$

نلاحظ أن : $pH = -\log C$

إذن، فالحمض AH قوي .

3.1- إثبات أن حمض الإيثانويك ضعيف :

لمكن استعمال نفس الطريقة المتبعة في السؤال -2- .

ويمكن أيضا حساب $[H_3O^+]$ ومقارنته مع C_1 .

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-3,4}$$

$$[H_3O^+] = 3,98 \cdot 10^{-4}\, mol.L^{-1}$$

نلاحظ أن $[H_3O^+] < C_1$، إذن فالحمض ضعيف .

ملحوظة : إذا كان الحمض قويا، فإن $[H_3O^+] = C_1$

3.2- حساب تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة في (S_1) :

يتأين حمض الإيثانويك في الماء حسب المعادلة التالية :

$$CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$$

إذن الأنواع الكيميائية المتواجدة في S_1 هي : H_3O^+ و OH^- و CH_3COO^- و CH_3COOH

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

ت ع : $[H_3O^+] = 3,98 \cdot 10^{-4}\, mol.L^{-1}$

$$[OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} \rightarrow [OH^-] = 2,51 \cdot 10^{-11}\, mol.L^{-1}$$

* معادلة الحياد الكهربائي :

$$[H_3O^+] = [OH^-] + [CH_3COO^-]$$

مع : $[OH^-]$ مهمل مقارنة بـ $[H_3O^+]$

إذن : $[CH_3COO^-] = [H_3O^+]$

$$= 3,98 \cdot 10^{-4}\, mol.L^{-1}$$

* معادلة انحفاظ المادة :

$$C_1 = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$$

$$[CH_3COOH] = C_1 - [CH_3OO^-]$$

ت ع : $[CH_3COOH] = 9,6 \cdot 10^{-3}\, mol.L^{-1}$

4- حساب النسبة $\dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$

لدينا : $pH = pK_A + \log \dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$

$$\log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = pH - pK_A$$

ت ع : $\log \dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 4,78 - 4,78 = 0$

إذن : $\dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1$

لنكتب معادلة انحفاظ المادة :

$$\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_1 + V_2} = [CH_3COOH]+[CH_3COO^-]$$

و بما أن :

$$\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1 \Rightarrow [CH_3COO^-]=[CH_3COOH]$$

إذن :

$$\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_1 + V_2} = 2\,[CH_3COO^-]$$

$$[CH_3COO^-] = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{2(V_1 + V_2)}$$

و بما أن : $pH = pK_A$ ، فإن للحمض وقاعدته المرافقة نفس كمية المادة : $C_1V_1 = C_2V_2$

أي : $10^{-2}.V_1 = 10^{-2}.V_2$

ومنه : $V_1 = V_2$

$$[CH_3COO^-] = \frac{C_1 + C_2}{4}$$

$$[CH_3COO^-] = [CH_3COOH] = 5.10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

II

1.1 ـ الصيغ نصف المنشورة لـ B :

بما أن B يعطي راسبًا أصفر مع D.NpH فإنه يمكن أن يكون ألدهيد $R-CHO$ أو سيتون R_1-CO-R_2 .

* الصيغ الممكنة، إذن، هي :

** الألدهيدات :

$CH_3-CH_2-CH_2-CHO$

بوتانال

مثيل-2 بروبانال : $CH_3-CH(CH_3)-CHO$

** السيتونات :

بوتانون : $CH_3-CO-CH_2-CH_3$

2.1 ـ مجموعة B الوظيفية :

بما أن B لا يؤثر على كاشف شيف، فهو إذن سيتون.

3.1 ـ صيغة الكحول A نصف المنشورة :

بما أن B سيتون وهو بوتانون : $CH_3-CO-CH_2-CH_3$

B ناتج عن أكسدة بوتانـول-2 : $CH_3-CH(OH)-CH_2-CH_3$ الذي هو كحول ثانوي.

1.2 ـ صيغة D نصف المنشورة :

هي : $CH_3-CO-O-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$

ينتمي D لمجموعة الإسترات.

2.2 ـ صيغة المركب X نصف المنشورة

ينتج الإستر عن تفاعل حمض كربوكسيلي $R-COOH$ وكحول $R'-OH$.

نكتب المعادلة الحصيلة لتفاعل الأسترة في هذه الحالة :