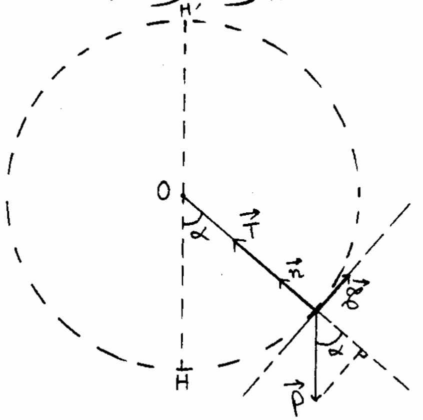
الفيزياء :

التمرين الأول :

I

1.1 ـ تعبير توتر الخيط :



يخضع الجسم (S) أثناء حركته لقوتين :

$\vec{P}$: وزنه

$\vec{T}$: توتر الخيط .

بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك على الجسم النقطي (S) في معلم أرضي نعتبره غاليليا ، نكتب :

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة المتجهية على المتجهة الواحدية $\vec{n}$ لأساس فريني :

$$-mg\cos\alpha + T = m a_N$$

وبما أن الحركة دائرية وشعاعها ℓ ،

فإن : $a_N = \frac{V^2}{\ell} \Rightarrow T = mg\cos\alpha + \frac{mV^2}{\ell}$

2.1 ـ القيمة الدنوية $V_{H'}$ عند النقطة H' :

ليبقى الخيط متوترا عند H' $(\alpha = \pi)$

يجب أن يتحقق الشرط : $T_{H'} \geqslant 0$ مع $\alpha = \pi$

أي : $mg\cos\pi + \frac{mV_{H'}^2}{\ell} \geqslant 0$

ومنه : $-mg \geqslant -\frac{mV_{H'}^2}{\ell}$

أي : $V_{H'} \geqslant \sqrt{g\cdot\ell}$

إذن : فالقيمة الدنوية هي :

$$V_{H',min} = \sqrt{g\cdot\ell} \Rightarrow V_{H'min} = \sqrt{10.0,4}$$

$$\Rightarrow V_{H'} = 2\, m/s$$

3.1 ـ السرعة الدنوية البدئية عند النقطة H :

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على (S) بين اللحظتين t_H و $t_{H'}$ ، نكتب :

$$\frac{1}{2}mV_{H'}^2 - \frac{1}{2}mV_H^2 = W_{H\to H'}(\vec{T}) + W_{H\to H'}(\vec{P})$$

مع : $W(\vec{T}) = 0$ ، لأن $\vec{T}$ عمودية باستمرار على المسار $\overset{\frown}{HH'}$.

نكتب: $\frac{1}{2}mV_{H'}^2 - \frac{1}{2}mV_H^2 = W_{H \to H'}(\vec{P})$

مع: $W_{H \to H'}(\vec{P}) = -mg.HH' = -2mgl$

ومنه: $\frac{1}{2}mV_H^2 = \frac{1}{2}mV_{H'}^2 + 2mgl$

أو: $V_H^2 = V_{H'}^2 + 4gl$.

وبما أنه، حسب السؤال السابق: $V_{H'min} = \sqrt{gl}$ ، فإن: $V_{Hmin}^2 = 5g.l$

أي: $V_{Hmin} = \sqrt{5g.l} \Rightarrow V_{Hmin} = \sqrt{5.10.0,4}$

$$V_{Hmin} = 4,5\ m.s^{-1}$$

1.2_ معادلة مسار (S):

بعد تحرر (S) من تأثير الخيط، فإنه تخضع فقط لتأثير وزنه $\vec{P}$:

وبتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك على (S) بالنسبة لمعلم مرتبط بالأرض، نكتب: $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$

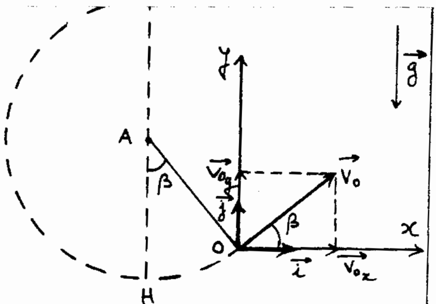
وحسب الشروط البدئية في المعلم (O,x,y) لدينا:

$$\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos\beta \\ V_{0y} = V_0 \sin\beta \end{cases} \quad و \quad \vec{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$:

إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}$:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$



* إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}$:

$$\vec{V}\begin{cases} V_x = cte = V_0 \cos\beta \\ V_y = -gt + V_0 \sin\beta \end{cases}$$

* إحداثيات متجهة الموضع:

$$\vec{OM}\begin{cases} x = V_0 \cos\beta . t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\beta . t \end{cases}$$

2.2 _ معادلة المسار وطبيعته:

نستنتج معادلة المسار $y=f(x)$ ، باستبدال t بتعبيرها في المعادلة $y=f(t)$:

$$t = \frac{x}{V_0 . \cos\beta}$$

وبالتالي:

$$y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\beta} \cdot x + x \tan\beta .$$

مسار (S) في المعلم (O,x,y) عبارة عن شلجم موجه نحو الأراتيب السالبة (شلجم محدب).

التمرين الثاني

$LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$4\pi^2 N_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$

$N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{0{,}1.8.10^{-6}}} = 178\ Hz$.

2.2 ـ حساب معامل الجودة :

تعبّر عن معامل الجودة بالعلاقة :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{N_0}{\frac{R}{2\pi L}} = \frac{2\pi L N_0}{R}$$

ت ع : $Q = \frac{2\pi.0{,}1.178}{20} \approx 5{,}59$

3.2 ـ قيمة التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة :

يعبر عن التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة بالعلاقة : $U_b = Z_b.I$

عند الرنين : $Z_b = L\omega_0$ و $I = I_0 = \frac{U}{R}$

وبالتالي : $U_b = \frac{L\omega_0 U}{R}$

بما أن : $Q = \frac{L2\pi N_0}{R} = \frac{L\omega_0}{R}$

باستعمال تعبير معامل الجودة نحصل على:

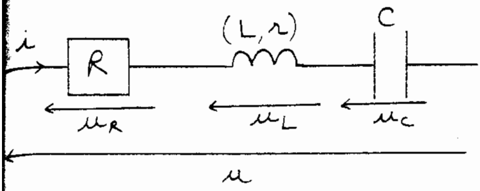
$U_b = Q.U \Rightarrow U_b = 5{,}59.12$

$U_b = 67V$.

1.3 ـ إنشاء فرنيل :

عند تطبيق التوتر بين مربطي ثنائي القطب RLC على التوالي يمر فيه تيار كهربائي متناوب جيبي شدته

$i(t) = I_m\cos(\omega t)$



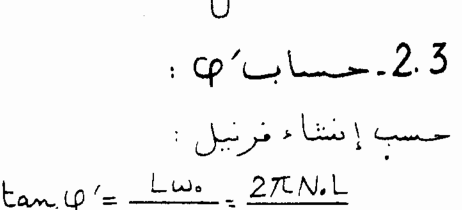
بتطبيق قانون إضافية التوترات اللحظية لدينا :

$u = u_R + u_L + u_C$

$u = Ri + ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$

$$u = RI_m\cos(\omega_0 t) + rI_m\cos(\omega_0 t) + L\omega_0 I_m\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega_0}\cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

نقرن بكل دالة جيبية متجهة تدور بسرعة زاوية ثابتة ω_0 تسمى متجهة فرينل . ولنمثل متجهات فرينل عند $t = 0$:



2.3 ـ حساب φ' :

حسب إنشاء فرنيل :

$\tan\varphi' = \frac{L\omega_0}{r} = \frac{2\pi N_0 L}{r}$

$\tan\varphi' = \frac{0{,}1.2\pi.178}{50} = 2{,}23$

$\Rightarrow \varphi' = 1{,}15\ rad$

3.3 ـ تعبير u' و u'_b :

1.1 _ ممانعة الدارة RLC على التوالي :

في الحالة العامة يعبر عن Z بـ :

$$Z=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

مع $\omega=2\pi N$ نجد :

$$Z=\sqrt{R^2+\left(2\pi NL-\frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

$$Z=\sqrt{(20)^2+\left(2\pi.200.0{,}1-\frac{1}{2\pi.200.8.10^{-6}}\right)^2}$$

$$Z=33\,\Omega$$

2.1 _ حساب I شدة التيار الفعالة :

يُعبّر كذلك عن ممانعة الدارة بالعلاقة :

$$Z=\frac{U}{I}\Rightarrow I=\frac{U}{Z}$$

ت.ع : $I=\frac{12}{33}=0{,}36A$

3.1 - حساب الطور φ لـ u بالنسبة لـ i :

يُعبّر عن الطور φ بالعلاقة :

$$\tan\varphi=\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}\Rightarrow\tan\varphi=\frac{L.2\pi N-\frac{1}{2\pi NC}}{R}$$

$$\tan\varphi=\frac{0{,}1\,.\,2\pi.200-\frac{1}{2\pi.200.8.10^{-6}}}{20}$$

$$\tan\varphi=1{,}3\Rightarrow\varphi=0{,}92\,rad>0$$

إذن : u متقدم في الطور على i ، أي أن الدارة تحريضية .

ملحوظة : يمكن استعمال العلاقة :

$$\cos|\varphi|=\frac{R}{Z}=\frac{20}{33}=0{,}606$$

$$|\varphi|\approx 0{,}92\,rad$$

من جهة أخرى ، نلاحظ أن :

$$L\omega=2\pi NL\Rightarrow L\omega=2\pi.200.0{,}1$$

$$L\omega=1256{,}60\,\Omega.$$

$$\frac{1}{C\omega}=\frac{1}{2\pi NC}\Rightarrow\frac{1}{C\omega}=\frac{1}{2\pi.200.8.10^{-6}}$$

$$\frac{1}{C\omega}=99{,}47\,\Omega$$

$L\omega>\frac{1}{C\omega}$ ، إذن فالدارة تحريضية .

و بالتالي ، فإن u متقدم في الطور على i

إذن : $\varphi\approx 0{,}92\,rad$

4.1 - تعبير i و تعبير u :

لدينا : $i=I_m\cos\omega t$

$$I_m=I\sqrt{2}=0{,}51\,A.$$

مع : $\omega=2\pi N=400\pi\,rad.s^{-1}$

إذن : $i(t)=0{,}51\cos(400\pi t)$

يُعبّر عن التوتر u(t) كالتالي :

$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi).$$

$$U_m=U\sqrt{2}=12\sqrt{2}\,V$$

مع : $\omega=400\pi\,rad.s^{-1}$

و $\varphi\approx 0{,}92\,rad.$

$$u(t)=12\sqrt{2}\cos(400\pi t+0{,}92)$$

1.2 _ تردد الرنين N_0 :

عند رنين شدة التيار تتحقق العلاقة :

عند الرنين لدينا :

$$U=(R+r)I' \Rightarrow I'=\frac{U}{R+r}$$

$$I'=\frac{12}{20+50}=0,17\,A$$

مع : $\omega_0 = 2\pi N_0 = 2\pi . 178$

$$\omega_0 = 1118\ rad.s^{-1}$$

نحصل على : $i' = I'\sqrt{2}\cos \omega t$

$$i'=0,242\cos(1118.t)$$

تعبير u' : $u' = U\sqrt{2}\cos(\omega_0 t+\varphi)$

مع : $\varphi=0$ ، الدارة في حالة رنين كهربائي :

$$u' = 17,0 \cos(1118 t)$$

تعبير u'_b : $u'_b = U_b\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi')$

مع : $U'_b = I'\sqrt{r^2+(L\omega_0)^2}$

نحصل على : $U'_b = 21\,V$

إذن : $u'_b = 29,7\cos(1118.t+1,15)$

التمرين الثالث :

1- طاقة ذرة الهيدروجين في حالتها الأساسية :

لدينا : $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ بالـ eV.

عند ما تكون ذرة الهيدروجين في الحالة الأساسية، يكون العدد الكمي الرئيسي $n=1$.

وبالتالي، فإن طاقة ذرة الهيدروجين في الحالة الأساسية هي: $E_1=-13,6\,eV$

2- طاقة تأين ذرة الهيدروجين

طاقة تأين ذرة الهيدروجين هي الطاقة الدنوية اللازم منحها لذرة الهيدروجين عند ما تكون في حالتها الأساسية لانتزاع الإلكترون منها بدون سرعة بدئية.

نحسب هذه الطاقة بالعلاقة :

$$E_i = E_\infty - E_1 \Rightarrow E_i = -\frac{13,6}{n^2} - E_1$$

في حالة $n=\infty$ ، تكون :

$$E_i = 0 - E_1 = 13,6\ eV$$

3- تعبير E_n بالجول :

الإلكترون فولط هو وحدة للطاقة:

$$1eV = 1,6.10^{-19}J$$

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}.1,6.10^{-19}$$

$$E_n = \frac{-2,176.10^{-18}}{n^2}J$$

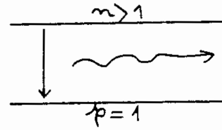
4- امتصاص أم انبعاث :

عند انتقال إلكترون ذرة الهيدروجين من مستوى n إلى مستوى p أدنى منه فإن ذرة الهيدروجين تبعث فوتونا تحمل طاقة: $E = E_n - E_p$

في هذه الحالة: $E = E_m - E_1$

... صاحب هذا الانتقال انبعاث فوتون

طاقته : $E = E_n - E_1 = h\nu$



5- حساب طول الموجة $\lambda_{2\to1}$:

خلال الانتقال من المستوى $n=2$ إلى المستوى $p=1$ ، ينبعث فوتون طاقته :

$$E = E_2 - E_1 = \frac{h.c}{\lambda_{2\to1}}$$

ومنه :

$$\lambda_{2\to1} = \frac{h.c}{E_2 - E_1}$$

$$E_1 = \frac{-2,176.10^{-18}}{1^2} = -2,176.10^{-18}$$

$$E_2 = \frac{-2,176.10^{-18}}{2^2} = -5,44.10^{-19}$$

$$\lambda_{2\to1} = \frac{6,62.10^{-34}.3.10^{8}}{-5,44.10^{-19} + 2,176.10^{-18}}$$

$$\lambda_{2\to1} = 1,2.10^{-7} m = 0,12 \mu m$$

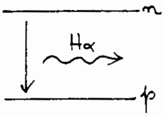
ينحصر طول الموجة للإشعاعات المرئية في المجال : $0,4 \mu m < \lambda \leq 0,8 \mu m$

وبالتالي، فإن الإشعاع المنبعث خلال هذا الانتقال غير مرئي، فهو ينتمي إلى الأشعة ما فوق البنفسجية.

الأشعة فوق البنفسجية	0,4μm	الأشعة المرئية	0,8μm	الأشعة تحت الحمراء	λ

6- الانتقال الموافق للحزة H_α :

يوافق الحزة H_α انتقال الذرة من المستوى n إلى المستوى p ، حيث :



$$E_\alpha = E_n - E_p$$

$$\frac{hc}{\lambda_\alpha} = +13,6.1,6.10^{-19}\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{h.c}{13,6.1,6.10^{-19}.656.10^{-9}}$$

إذن : $\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} = 0,139$

ت ع : * في حالة $p=1$ ، نجد : $n = 1,08$

هذا الحل غير مقبول لأن $n \notin \mathbb{N}^*$

* في حالة $p=2$ ، نجد : $n = 3$

وهو حل مقبول لأن : $n \in \mathbb{N}^*$

* الحزة H_α يقابلها انتقال الذرة من المستوى $n=3$ إلى المستوى $n=2$

7- الفوتونات الممتصة :

في حالة امتصاص ذرة هيدروجين، توجد في حالتها الأساسية E_1 ، لفوتون طاقته E ، فإنها تنتقل إلى مستوى طاقي E_n ، حيث $E_n > E_1$ ، إذن :

$$E = E_n - E_1 \Rightarrow E_n = E + E_1$$

$$\Rightarrow -\frac{13,6}{n^2} = E + E_1$$

إذن .

$$n^2 = \frac{-13,6}{E + E_1}$$

إذن : $n = \sqrt{\dfrac{-13,6}{E + E_1}}$

* في حالة : $E = 9,4\ eV$:

$$n = \sqrt{\frac{-13,6}{9,4 - 13,6}}$$

ت.ع : $n = 1,8$

نلاحظ أن : $n \notin \mathbb{N}^*$

و بالتالي فالذرة لا تمتص هذا الفوتون و تبقى في حالتها الأساسية $n = 1$

* في حالة : $E = 12,1\ eV$:

$$n = \sqrt{\frac{-13,6}{12,1 - 13,6}}$$

ت.ع : $n = 3$

نلاحظ أن : $n \in \mathbb{N}^*$

إذن، فالذرة تمتص الفوتون ذا الطاقة : $E = 12,1\ eV$، وتنتقل من الحالة الأساسية $n = 1$ إلى المستوى $n = 3$.

* حالة : $E = 14\ eV$:

نلاحظ أن : $E > E_i$ أي : $E > 13,6\ eV$

إذن، تحدث تأين للذرة و ينتزع الإلكترون بطاقة حركية E_c، حيث :

$$E_c = E - E_i$$

$$E_c = 14 - 13,6$$

$$E_c = 0,4\ eV.$$

الكيمياء :

التمرين الأول :

1.1 ـ حساب V_0 :

لتحضير المحلول S_A، نقوم بتخفيف المحلول S_0، بإضافة الماء الخالص. بما أن حمض الكلوريدريك، حمض قوي، فإنه أثناء التخفيف، تبقى كمية المادة $n(H_3O^+)$ ثابتة.

إذن : $n_0(H_3O^+) = n_A(H_3O^+)$

$$C_0V_0 = C_A.V$$

ومنه : $V_0 = \frac{C_A.V}{C_0} \Rightarrow V_0 = \frac{10^{-2}.500}{0,5}$

$$V_0 = 10\,ml$$

2.1 ـ pH المحلول S_A :

حمض الكلوريدريك حمض قوي، ولما أن : $10^{-6}mol.l^{-1} \leqslant C_A \leqslant 10^{-1}mol.l^{-1}$

فإنه تمكن تطبيق العلاقة :

$$pH = -\log C_A \Rightarrow pH = -\log 10^{-2} = 2$$

1.2 ـ حساب C_B :

عند إضافة الحجم V_{Be}، نحصل على التكافؤ حيث تحقق العلاقة :

$$C_AV_A = C_BV_{Be} \Rightarrow C_B = \frac{C_AV_A}{V_{Be}}$$

$$C_B = \frac{10^{-2}.20}{20} = 10^{-2}mol.l^{-1}$$

2.2 ـ معادلة تفاعل المعايرة :

خلال معايرة محلول حمضي قوي لمحلول قاعدي قوي، تتفاعل الإيونات H_3O^+ الواردة من الحمض مع الإيونات OH^- الواردة من القاعدة حسب المعادلة الحصيلة

$$H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$$

تعليل قيمة pH المحلول المحصل عليه عند نقطة التكافؤ :

التفاعل بين الإيونات H_3O^+ و OH^- تفاعل تام عند التكافؤ، نحصل على محلول محايد ذي $pH=7$ وهو محلول كلورور البوتاسيوم (K^+, Cl^-)

1.3 ـ قيمة pK_A المزدوجة (AH/A^-) :

بصفة عامة : $pH = pK_A + \log\frac{[A^-]}{[AH]}$

عند نصف التكافؤ، تحقق المتساوية :

$$[A^-] = [AH]$$

وبالتالي، نكون : $pH_{1/2} = pK_A$

مبيانيا، الحجم الموافق لنصف التكافؤ هو: $V_{A_{1/2}} = 12,5\,ml$، و pH الموافق هو $pH_{1/2} = 9,2$، إذن : $pK_A = 9,2$

تتميز إذن، كل مزدوجة حمض ـ قاعدة بقيمة الثابتة pK_A التي لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة، إذن، فالمزدوجة هي :

(NH_4^+ / NH_3)

وبالتالي، فالقاعدة المستعملة هي الأمونياك NH_3.

3-2- معادلة تفاعل المعايرة:

خلال معايرة محلول قاعدي ضعيف بمحلول حمضي قوي، تتفاعل الإيونات H_3O^+ مع القاعدة الضعيفة NH_3 حسب المعادلة: $H_3O^+ + NH_3 \longrightarrow NH_4^+ + H_2O$

3.3- حساب تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول عند نصف التكافؤ:

يحتوي المحلول المحصل عليه عند نصف التكافؤ على الأنواع الكيميائية التالية:

$NH_4^+ \; ; \; NH_3 \; ; \; Cl^- \; ; \; OH^- \; ; \; H_3O^+$

عند نصف التكافؤ، لدينا:

$V_B + V_{A_{1/2}} = V_S = 32,5\,ml \;,\; pH_{1/2} = 9,2$

إذن $[H_3O^+] = 10^{-pH_{1/2}} = 6,30.10^{-10}\,mol/l$

$$[OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = 1,60.10^{-5}\,mol.l^{-1}$$

الإيونات Cl^- غير نشيطة.

$$[Cl^-] = \frac{C_A . V_{A1/2}}{V_S} = 3,85.10^{-5}\,mol.l^{-1}$$

وحسب معادلة الحياد الكهربائي:

$$[H_3O^+] + [NH_4^+] = [Cl^-] + [OH^-]$$

المحلول قاعدي عند نصف التكافؤ إذا ن $pH_{1/2} = 9,2$، إذن $[H_3O^+]$ مهمل أمام $[OH^-]$

وبالتالي: $[NH_4^+] \approx [Cl^-] + [OH^-]$

$$[NH_4^+] \approx 3,86.10^{-3}\,mol.l^{-1}$$

* وحسب معادلة انحفاظ المادة، لدينا:

$$[NH_3]_0 = [NH_3] + [NH_4^+]$$

$$\frac{C_B . V_B}{V_S} = [NH_4^+] + [NH_3]$$

ومنه: $[NH_3] = \frac{C_B . V_B}{V_S} - [NH_4^+]$

$$[NH_3] \approx 7,70.10^{-3} - 3,86.10^{-3}$$

ت.ع: $[NH_3] \approx 3,84.10^{-3}\,mol.l^{-1}$

4.3- حساب V_1 و V_2:

يُعبّر عن pH محلول يحتوي على المزدوجة (NH_4^+/NH_3) بالعلاقة:

$$pH = pK_A + \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$$

مع: $[NH_4^+] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2}$ و $[NH_3] = \frac{C_1 . V_1}{V_1 + V_2}$

$$pH = pK_A + \log\left(\frac{C_1 . V_1}{V_1 + V_2} \cdot \frac{V_1 + V_2}{C_2 . V_2}\right)$$

مع: $C_1 = C_2$، نحصل على:

$$pH = pK_A + \log \frac{V_1}{V_2}$$

ومنه: $\log \frac{V_1}{V_2} = pH - pK_A$

$$\frac{V_1}{V_2} = 10^{pH - pK_A} = 10^{0,3} = 2$$

ومن جهة أخرى، لدينا:

$$V_1 + V_2 = 100 \Rightarrow V_2 = 33,3\,ml$$

$$V_1 = 66,7\,ml$$