الفيزياء
التمرين الأول

1.1 - نص مبرهنة الطاقة الحركية :

يساوي تغير الطاقة الحركية ΔE_c لجسم صلب في إزاحة أو في دوران حول محور ثابت، بين لحظتين t_1 و t_2، المجموع الجبري لأشغال القوى المطبقة على هذا الجسم بين هاتين اللحظتين: $\Delta E_c = \sum W(\vec F)$

2.1 - أ- تعبير المسافة AB :

يقطع الجسم (S) المسافة AB حيث تتغير سرعته من V_A إلى V_B تحت تأثير القوى التالية:

$\vec P$: وزنه

$\vec R$: تأثير جزء السكة AC .

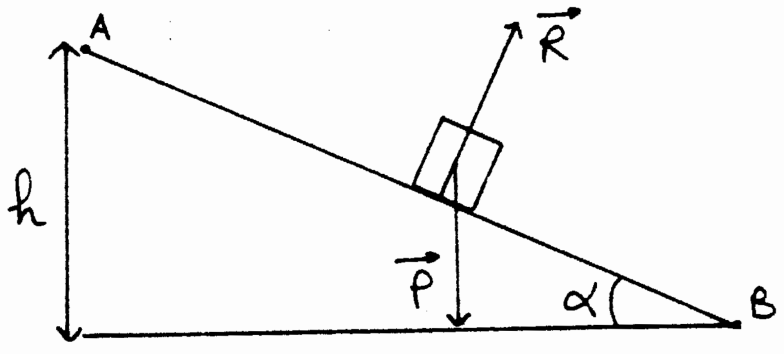
نطبق على (S) مبرهنة الطاقة الحركية بين اللحظتين t_A و t_B .

$$\frac{1}{2} mV_B^2 - \frac{1}{2} mV_A^2 = W(\vec P) + W(\vec R)$$

وبما أن الاحتكاكات مهملة، فإن: $W_{A \to B}(\vec R)=0$

وبالتالي: $\frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = mgh$

مع: $h = AB\sin\alpha$.



إذن: $\frac{V_B^2}{2} = g.AB\sin\alpha$

ومنه: $AB = \frac{V_B^2}{2g\sin\alpha}$

ت.ع: $AB = \frac{4}{2.10.\sin 30} = 0,4 m$

ب - إثبات المتساوية $V_E = V_B$:

يخضع (S) خلال حركته فوق السكة، بين النقطتين B و E إلى وزنه $\vec P$ وتأثير السكة $\vec R$.

نطبق على (S) بين اللحظتين t_B و t_E مبرهنة الطاقة الحركية:

$$\frac{1}{2} m(V_E^2 - V_B^2) = W(\vec P) + W(\vec R)$$

* الاحتكاكات مهملة، إذن: $W(\vec R) = 0$
* النقطتان E و B توجدان في نفس المستوى الأفقي، إذن فرق الارتفاع بينهما $h=0$ ،

وبالتالي: $W_{B \to E}(\vec P) = 0$

ومنه: $\frac{1}{2} m(V_E^2 - V_B^2) = 0$

أي: $V_E = V_B$.

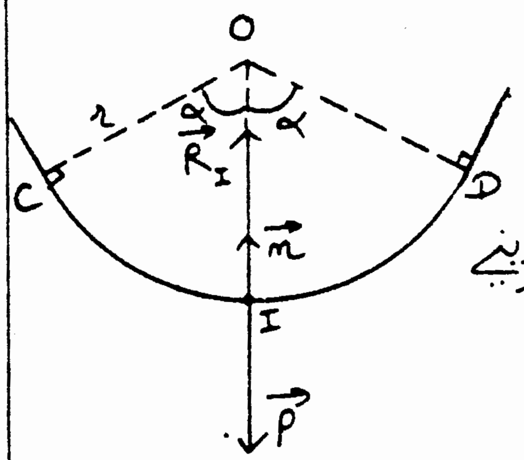
2 - تعبير شدة القوة $\vec R_I$ عند النقطة I :

يخضع (S) عند مروره بالنقطة I للقوتين:

$\vec{P}$: وزن (S) و R_I: تأثير السكة عند النقطة I.

نطبق على (S) مبرهنة مركز القصور بالنسبة لمعلم أرضي. (1) $\vec{P} + \vec{R}_I = m\vec{a}$

ننمي النقطة I إلى المسار الدائري CID ذي المركز O.



نسقط (1) على المحور $\vec{n}$ لأساس فريني

$$R_I - mg = ma_N$$

مع: $a_N = \frac{V_I^2}{r}$

إذن: $R_I = mg + \frac{mV_I^2}{r}$

للتعبير عن V_I بدلالة V_B و g و r، نطبق على (S) مبرهنة الطاقة الحركية بين B و I.

$$\frac{1}{2} m\left(V_I^2 - V_B^2\right) = W_{I\to B}(\vec{P}) + W_{I\to B}(\vec{R})$$

وبالتالي: $\frac{1}{2} m\left(V_I^2 - V_B^2\right) = mgr$ ، لأن $W(\vec{R})=0$

ومنه: $V_I^2 = V_B^2 + 2gr$

إذن: $R_I = m\left(g + \frac{V_B^2 + 2gr}{r}\right)$

$$R_I = m\left(\frac{V_B^2}{r} + 3g\right)$$

ت.ع: $R_I = 0,2\left(\frac{4}{57,7.10^{-2}} + 3.10\right)$

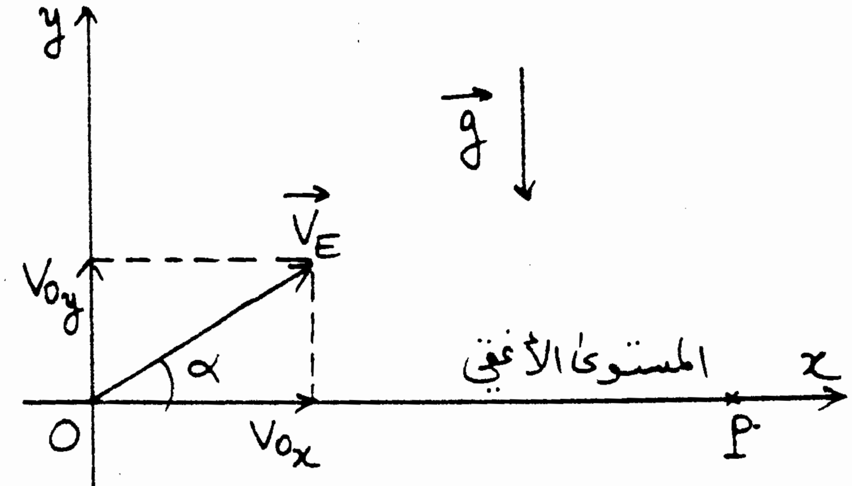
$$R_I = 7,4\,N.$$

1.3 - معادلة مسار (S) في $(E,\vec{i},\vec{j})$:

الشروط البدئية لحركة (S):

عند اللحظة $t=0$، لدينا:

$\vec{OM_0}\begin{cases}x_0=0\\ y_0=0\end{cases}$ و $\vec{V}_E\begin{cases}V_{0x}=V_E\cos\alpha\\ V_{0y}=V_E\sin\alpha\end{cases}$



بعد مغادرة السكة انطلاقا من النقطة E، يخضع (S) لوزنه فقط.

نطبق، إذن، على (S) مبرهنة مركز القصور

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

(1) $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \vec{cte}$

* نسقط (1) على Ox، نحصل على: $a_x = 0$

فالحركة على Ox مستقيمية منتظمة:

$$x = V_{0x}.t + x_0$$

وبالتالي: (2) $x = V_E.\cos\alpha.t$

* نسقط (1) على Oy، نحصل على: $a_y = -g = cte$

فالحركة على Oy مستقيمية متغيرة بانتظام:

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y}.t + y_0$$

وبالتالي: (3) $y = -\frac{1}{2}g t^2 + V_E\sin\alpha.t$

للتعبير عن معادلة المسار، نحذف t بين المعادلتين الزمنيتين (2) و(3):

حسب (2): $t = \frac{x}{V_E.\cos\alpha}$

إذن:

$$y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_E^2 \cdot \cos^2\alpha} + x.\tan\alpha$$

نكتب هذه المعادلة على الشكل :

$$y = Ax^2 + Bx$$

إذن، مسار مركز قصور (S) مسار شلجمي

الخناؤه نحو الأراتيب السالبة لأن: $A<0$.

2.3 - تعبير المسافة EP :

عند النقطة P ، يكون $y=0$.

وحسب (3) ، لدينا: $-\frac{1}{2}gt^2+V_E \sin\alpha . t=0$

أي أن : $t\left(-\frac{g}{2}.t + V_E \sin\alpha\right)=0$

أي أن : $t_P = \frac{2V_E \cdot \sin\alpha}{g}$

نعوض t ب t_P في المعادلة (2) .

$$x_P = V_E \cdot \cos\alpha . \frac{2V_E \cdot \sin\alpha}{g}$$

أو : $x_P = \frac{2V_E^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{g}$

أو : $x_P = \frac{V_E^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$

لأن : $2\cos\alpha \cdot \sin\alpha = \sin(2\alpha)$.

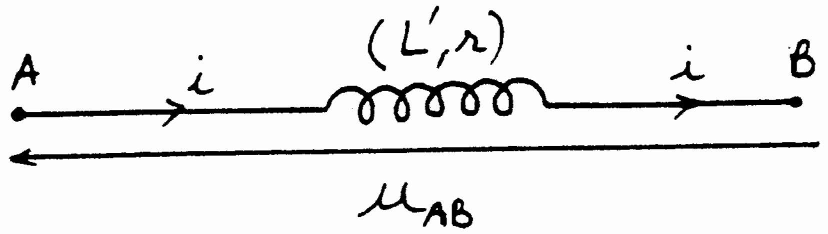
المسافة EP هي : $EP = x_P - x_E$

$$EP = \frac{V_E^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

ت ع : $EP = \frac{4 \sin 60}{10} = 0,346m = 34,6cm$

التمرين الثاني :

1.1 - تعبير التوتر U_{AB} بين مربطي الوشيعة :



حسب قانون أوم ، لدينا في كل لحظة t :

$u_{AB} = ri - e$ مع $e = -\frac{L'di}{dt}$

إذن : $u_{AB} = ri + L'\frac{di}{dt}$

2.1 - حساب قيمة r :

في المجال $[0,2 ; 0,5s]$ ، يكون : $u_{AB}=12V$

وتكون شدة التيار المار في الوشيعة ثابتة

$i = cte = 2,4A$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt}=0$

إذن : $u_{AB} = ri$

ومنه : $r = \frac{u_{AB}}{i} \Rightarrow r = \frac{12}{2,4}$

$r = 5\Omega$.

3.1 - حساب قيمة L' :

لدينا في كل لحظة : $u_{AB} = ri + L'\frac{di}{dt}$ (1)

عند اللحظة $t=0,15s$ ، يكون : $u_{AB}= 15V$

وحسب المبيان ، نكون : $i=1,8A$

أما $\frac{di}{dt}$ ، فهو : $\frac{di}{dt} = \frac{2,4}{0,2} = 12 A/s$

وبالتالي ، نكتب باستعمال العلاقة (1) :

$$L' = \frac{u_{AB} - ri}{\frac{di}{dt}}$$

$$L' = \frac{15-5.1,8}{12} = 0,5H$$

4.1 - حساب تغير التدفق الذاتي :

يُعبّر عن التدفق الذاتي عبر الوشيعة

بالعلاقة : $\Phi_p = L' i$

يتغير التدفق الذاتي Φ_p بين اللحظتين $t=0$ و $t_1 = 0,2\,s$ بالمقدار : $\Delta\Phi_p = L'.\Delta i$

بيانيا : $\Delta i = 2,4\,A$

و بالتالي : $\Delta\Phi_p = 0,5 . 2,4 = 1,2\,Wb$

1.1/2 ـ حساب R و Z_L :

لحساب R، نطبق قانون أوم بين مربطي المقاومة : $U_R = R.I_1 \Rightarrow R = \frac{U_R}{I_1}$

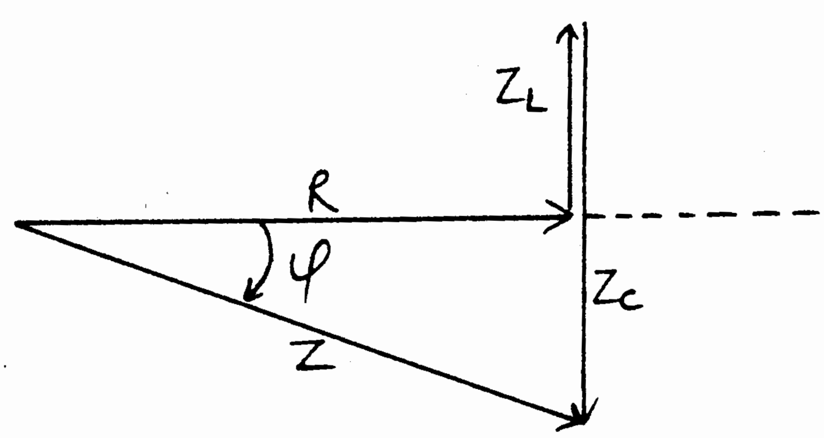
$R = \frac{72}{0,8} = 90\,\Omega$.

* لحساب Z_L ، نطبق قانون أوم بين مربطي الوشيعة : $U_L = Z_L = \frac{U_L}{I_1}$

$Z_L = \frac{32}{0,8} = 40\,\Omega$

2.1/2 ـ أ ـ إنشاء فرنيل في حالة الدارة الكثافية وباستعمال الممانعات :

الدارة كثافية $\Leftrightarrow$ $Z_C > Z_L$.



ب ـ حسب مبرهنة فيثاغورس :

$$Z^2 = R^2 + (Z_C - Z_L)^2$$

ومنه : $Z_C - Z_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$

$$Z_C = Z_L + \sqrt{Z^2 - R^2}$$

ت ع : $Z_C = 40 + \sqrt{150^2 - 90^2} = 160\,\Omega$

ج ـ حساب قيمة الطور φ للتوتر $u(t)$:

حسب إنشاء فرنيل السابق :

$$\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{40-160}{90}$$

$$\tan\varphi = -1,33 \rightarrow \varphi = -0,93\,rad$$

2.2 ـ أ ـ حساب I_0 عند الرنين :

عندما تبلغ شدة التيار الفعالة قيمة قصوى I_0 ، تكون الدارة في حالة رنين عندئذ يتصرف ثنائي القطب RLC كموصل أومي مقاومته $Z_0 = R$

إذن : $U = R I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R}$

$I_0 = \frac{120}{90} = 1,33\,A$

* القدرة الكهربائية المتوسطة P_0 :

تعبر عن القدرة الكهربائية المستهلكة من طرف ثنائي القطب بالعلاقة :

$$P = UI\cos\varphi$$

عند الرنين يكون $\varphi = 0$ و $I = I_0$

وبالتالي تكون : $P_0 = U.I_0$ ، مع : $I_0 = \frac{U}{R}$

إذن : $P_0 = U.\frac{U}{R} \Rightarrow P_0 = \frac{U^2}{R}$

ت ع : $P_0 = \frac{120^2}{90} = 160\,W$

التمرين الثالث:

1- تحديد العددين x و y:

خلال التفتتات النووية، نحفظ:

* عدد الشحنة Z.
* عدد الكتلة A.
* كمية الحركة $\vec{P}$
* الطاقة الكلية:

$$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{y}_{x}Pb + {}^{4}_{2}He$$

. حسب انحفاظ عدد الشحنة Z، نكتب:

$$84 = x + 2 \Rightarrow x = 82$$

. حسب انحفاظ عدد الكتلة A، نكتب:

$$210 = y + 4 \Rightarrow y = 206$$

1.2- حساب ΔE:

يُعبَّر عن الطاقة الناتجة عن التفتت بالعلاقة: $\Delta E = \Delta m . c^2$

أو: $\Delta E = \left(m(Po) - m(Pb) - m(He)\right) \times c^2$

$$\Delta E = 5,40\ MeV = 8,644.10^{-13}\ J.$$

2.2- إثبات تعبير Ec_α:

تتحول الطاقة الناتجة ΔE إلى طاقة حركية لصالح Pb والرقيقة α.

$$\Delta E = Ec_\alpha + Ec_{Pb}$$

* حسب انحفاظ كمية الحركة، نكتب:

$$\vec{P}_{Po} = \vec{P}_{Pb} + \vec{P}_\alpha$$

وبما أن النويدة Po في سكون $(\vec{P}_{Po} = 0)$

فإن: $\vec{P}_{Pb} + \vec{P}_\alpha = 0$

أي: $(1)\ m_{Pb} . V_{Pb} = m_\alpha . V_\alpha$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_{Pb} . V_{Pb}^2 + Ec_\alpha$$

حسب العلاقة (1): $m_{Pb} . V_{Pb}^2 = \frac{m_\alpha^2}{m_{Pb}} . V_\alpha^2$

ومنه: $\Delta E = \frac{1}{2} . \frac{m_\alpha^2}{m_{Pb}} . V_\alpha^2 + Ec_\alpha$

أو: $\Delta E = \frac{m_\alpha}{m_{Pb}} . \frac{1}{2} m_\alpha . V_\alpha^2 + Ec_\alpha$

$$\Delta E = Ec_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{Pb}}\right)$$

ومنه: $Ec_\alpha = \dfrac{\Delta E}{1 + \frac{m_\alpha}{m_{Pb}}}$

ت.ع: $Ec_\alpha = 8,48 . 10^{-13} J$

$$Ec_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha . V_\alpha^2 \Rightarrow V_\alpha = \sqrt{\frac{2 Ec_\alpha}{m_\alpha}}$$

$$V_\alpha = 1,6 . 10^7 m/s.$$

1.3- تعريف الدور الإشعاعي:

نسمي T عمر النصف أو الدور الإشعاعي المدة الزمنية اللازمة لتفتت نصف نويدات العيّنة الأصلية.

لدينا: $N = N_0 . e^{-\lambda . t}$

$$\frac{N_0}{4} = N_0 . e^{-\lambda t} \Rightarrow \lambda t = \ln 4 = 2 \ln 2$$

$$\lambda = \frac{2 \ln 2}{t} = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow T = \frac{t}{2}$$

$$T = 138\ Jours.$$

3.2 ـ حجم غاز الهيليوم :

بعد مرور المدة t تتفتت الكتلة m' من نويدات Po :

حسب معادلة التفتت : $\dfrac{m'(Po)}{M(Po)} = \dfrac{v(He)}{v_M}$

ومنه : $v(He) = \dfrac{m'(Po) \cdot v_M}{M(Po)}$

مع : $m' = m_0 - m = m_0(1 - e^{-\lambda t})$

$t = 276 \text{ jours} \Rightarrow t = 2T$

$m' = \dfrac{3}{4} m_0 \Rightarrow v(He) = \dfrac{3 m_0 \cdot v_M}{4 M(Po)}$

ت ع : $v(He) = 8.10^{-2}\ L$

الكيمياء

1.1 ـ إثبات الصيغة العامة لـ E :

لدينا : $M(E) = n M(C) + 2n M(H) + 2 M(O)$

$M(E) = 14n + 32 = 88$

$\Rightarrow 14n = 56 \Rightarrow n = 4$

ومنه، نكتب الصيغة العامة لـ E :

$C_4H_8O_2$

2.1 ـ صيغ متماكبات E نصف المنشورة :

نكتب صيغة إستر نصف المنشورة :

$R - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - R'$

حيث R' جذر ألكيل .

* $CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - CH_3$

بروبانوات المثيل .

* $CH_3 - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - C_2H_5$

إيثانوات الإثيل .

* $H - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - CH_2 - CH_2 - CH_3$

ميثانوات البروبيل .

* $H - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - O - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - CH_3$

ميثانوات مثيل-1 الإثيل .

1.2 ـ المجموعة الوظيفية لـ A و B :

نعلم أن حلمأة الإستر تؤدي إلى تكون كحول وحمض كربوكسيلي .

إذن: A و B ، ينتمي أحدهما لمجموعة الكحولات، بينما ينتمي الآخر إلى مجموعة الأحماض الكربوكسيلية .

2.2 ـ صيغ D و A و B نصف المنشورة

بما أن D يؤثر على DNPH ولا يؤثر على كاشف شيف، فهو إذن سيتون أي أن A كحول ثانوي و B حمض كربوكسيلي

لدينا: $C_4H_8O_2 + H_2O \rightleftharpoons$

$\underset{(B)}{R - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - OH} + \underset{(A)}{R' - \underset{\underset{OH}{|}}{CH} - R''}$.

حيث R' و R'' جذران ألكيليان أي أن كونهما ذرتي هيدروجين مستحيل.

باعتبار: $R': C_yH_{2y+1}$ و $R'': C_zH_{2z+1}$

مع $y, z \in \mathbb{N}^*$

ومع R تمكن كونه ذرة H: $R: C_xH_{2x+1}$

لنحسب عدد ذرات الكربون في E وفي النواتج A و B:

$$4 = x+1+y+1+z$$

$$\Rightarrow x+y+z=2$$

وهذا ليس ممكنا إلا إذا كان أحد المقادير x أو y أو z منعدمًا.

وبما أن y و z عددان غير منعدمين، فإن:

$$x=0 \quad , \quad z=y=1$$

ومنه: * حمض ميثانويك: $B: HCOOH$

* بروبانول-2: $A: CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3$

* بروبانون: $D: CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-CH_3$

3.2 ـ معادلة التفاعل:

$$H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3 + H_2O \rightleftharpoons HCOOH + CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3$$

التفاعل محدود وبطيء ولاحراري.

3.1ـ إثبات أن الحمض ضعيف:

لنحسب $-\log C_A$ ونقارنه بـ pH.

$$-\log C_A = -\log 0,1 = 1$$

نلاحظ أن $pH \neq -\log C_A$، إذن حمض الميثانويك ضعيف.

3.2ـ أـ حساب V_e:

تسمى هذه العملية بالتخفيف، والهدف منها هو تخفيض تركيز المحلول.

خلال التخفيف لا تتغير كمية مادة الحمض،

وبالتالي: $C_AV_A = C'_AV'_A$

مع: $V'_A = V_A + V_e$

حيث V_e حجم الماء المضاف

إذن: $V'_A = \frac{C_AV_A}{C'_A}$

أي: $V_A + V_e = \frac{C_AV_A}{C'_A}$

أي: $V_e = \frac{C_A}{C'_A} . V_A - V_A$

$$V_e = V_A\left(\frac{C_A}{C'_A} - 1\right)$$

ت ع: $V_e = 180\ ml.$

ب ـ حساب K_A:

لنجرد الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول S'_A:

$HCOOH$; $HCOO^-$; OH^-; H_3O^+.

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H_3O^+] = 1,26.10^{-3} mol/L$$

$$[OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = 7,94.10^{-12} mol.L^{-1}$$

* معادلة الحياد الكهربائي:

$$[H_3O^+] = [HCOO^-]+[OH^-]$$

$[OH^-]$ مهمل مقارنة بـ $[H_3O^+]$، إذن:

$$[HCOO^-] = [H_3O^+] = 1,26.10^{-3} mol.L^{-1}$$

* معادلة انحفاظ المادة :

$$C'_A = [HCOOH] + [HCOO^-]$$

$$[HCOOH] = C'_A - [HCOO^-]$$

$$[HCOOH] = 8,74 \cdot 10^{-3} \, mol \cdot L^{-1}$$

نعلم أن : $$K_A = \frac{[H_3O^+][HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

ت ع : $$K_A = 1,82 \cdot 10^{-4}$$

لدينا : $$pK_A = -\log K_A$$

ومنه : $$pK_A = 3,74$$

ج- إثبات العلاقة :

يعبّر عن معامل التفكك α للحمض بالعلاقة

$$\alpha = \frac{[HCOO^-]}{C_A} = \frac{[H_3O^+]}{C_A}$$

من جهة أخرى :

$$C_A = [HCOOH] + [HCOO^-]$$

$$[HCOOH] = C_A - [HCOO^-]$$

$$[HCOOH] = C_A - C_A \cdot \alpha = C_A(1-\alpha)$$

ومنه : $$K_A = \frac{C_A \cdot \alpha \cdot C_A \cdot \alpha}{C_A(1-\alpha)}$$

$$K_A = \frac{(C_A \cdot \alpha)^2}{C_A(1-\alpha)}$$

$$K_A = \frac{C_A \cdot \alpha^2}{1-\alpha}$$

د- حساب α و α' :

من تعبير K_A نستنتج :

$$C_A \alpha^2 + K_A \cdot \alpha - K_A = 0$$

$$\Delta = K_A^2 + 4 K_A \cdot C_A$$

α تكون دائما موجبة .

$$\alpha = \frac{-K_A + \sqrt{K_A^2 + 4 K_A \cdot C_A}}{2 C_A} > 0$$

بالنسبة لـ S_A : $C_A = 0,1 \, mol \cdot L^{-1}$

نجد : $\alpha \approx 4,2\%$

بالنسبة لـ S'_A : $C'_A = 10^{-2} \, mol \cdot L^{-1}$

نجد : $\alpha' \approx 12,6\%$

نلاحظ أن $\alpha' > \alpha$ ، إذن عملية التخفيف ترفع من تفكك الحمض .